

УДК 504.064

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ АРЕАЛУ ЗАБРУДНЕНЬ ВИТОКАМИ НАФТОПРОВОДІВ

В. В. Ніколаєв

ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422)42157

e-mail: public@ifdtung.if.ua

Наведено принцип математичного моделювання фільтрації рідини в пористому середовищі, що уможливорює побудову ареалу забруднень ґрунту витоками нафти з трубопроводу внаслідок пошкодження його стінки.

Ключові слова: нафтопроводи, витоки, забруднення

Приведен принцип математического моделирования фильтрации жидкости в пористой среде, который позволяет построить ареал грунтового загрязнения при вытоке нефти из трубопровода в результате повреждения его стенки.

Ключевые слова: нефтепроводы, истоки, загрязнения

Principle over of mathematical design of filtration is brought liquids in a porous environment, that allow to build the natural habitat of contaminations of soil the sources of oil from a pipeline as a result of damage of wall.

Keywords: oil pipelines, sources, contaminations

Питанням формування ареалів забруднень довкілля витоками продукту з нафтопроводів присвячено ряд робіт [1,2], в яких розглянуто фізичну картину процесу, даються результати фізичного моделювання і їх аналіз, розроблено методичні основи прийнятного ризику. Однак, задачам формування ареалів забруднень не приділено належної уваги. Тому виникає задача формування ареалу забруднення, тобто побудови поля швидкостей фільтрації в пористому середовищі як функції просторових координат та часу.

З математичної точки зору розглядається пористе середовище безмежних геометричних розмірів, в якому спостерігається фільтрація рідини. В початковий момент часу швидкість фільтрації рідини відсутня і тиск в пористому середовищі є сталою величиною. В момент часу $t \geq 0$ в деякій точці порового простору спостерігається поступлення нестискуваної рідини з певною витратою, тобто починає діяти додатне джерело маси q_1 ($\text{кг} / \text{м.с}$). Необхідно встановити як змінюватиметься тиск та швидкість фільтрації в різних точках пористого середовища в залежності від часу.

Диференціальне рівняння фільтрації рідини в пористому середовищі, як відомо [1], має такий вигляд:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \nabla^2 p + \frac{f}{q\beta^*}, \quad (1)$$

де p – тиск рідини в пласті; t – час; χ – коефіцієнт п'єзопровідності, ($\chi = \frac{k}{\mu\beta^*}$, k – коефіцієнт

проникності ґрунту, який характеризує властивість пористого середовища пропускати через себе рідину під дією прикладеного перепаду тиску, μ – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, $\beta^* = m\beta_p + \beta_c$, m – пористість середовища пласта (безмірна величина, β_p , β_c – коефіцієнти об'ємної пружності відповідно рідини і пласта); ρ – густина рідини.

Внаслідок того, що задача розглядається осесиметричною, а пористе середовище однорідним, можливий перехід від просторової постановки до плоскої. Розглянемо вертикальну площину, довільно орієнтовану в пористому середовищі, в якій діє постійне джерело інтенсивністю q_1 , розміщене в точці з координатами (x, y) . В такому випадку функція внутрішнього джерела маси

$$f(x, y, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta V \cdot \Delta t}$$

$$\frac{\Delta V \rightarrow 0}{\Delta t \rightarrow 0}$$

де ΔV – об'єм, взятий в пласті; Δt – проміжок часу; ΔG – маса рідини, що поступає в об'єм ΔV за проміжок часу Δt .

Для фільтрації рідини у пористому просторі із рівняння (1) будемо мати:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{x} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{f}{F}, \quad (2)$$

Враховуючи все вище сказане, функція f набуває такого вигляду :

$$f = q_1 \delta(x) \delta(y) \quad (3)$$

При цьому сформульована фізична задача має вигляд:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{1}{\chi} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{q_1}{F} \delta(x) \delta(y), \quad (4)$$

при наступних початкових та граничних умовах

$$p(x, y, 0) = p_0, \quad p|_{|x \rightarrow \infty|} \rightarrow p_0, \quad p|_{|y \rightarrow \infty|} \rightarrow p_0 \quad (5)$$

де p_0 – початковий тиск в ґрунті; $\delta(x) \delta(y)$ – дельта-функції Дірака [2].

Для розв'язання поставленої задачі скористаємося методом функцій Гріна, які для даної крайової задачі знаходяться так:

$$G|_{t=\tau} = \delta(x - \chi') \delta(y - y'), \quad G|_{\substack{|x| \rightarrow \infty \\ |y| \rightarrow \infty}} \rightarrow 0, \quad t > \tau. \quad (6)$$

Розв'язок задачі є фундаментальним розв'язком двовимірної задачі фільтрації рідини, який записується у вигляді:

$$p(x, y, t) = \frac{p_0}{4\pi\chi t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\ell)^2}{4\chi t} - \frac{\chi q_1}{F} \int_0^t \frac{1}{(2\sqrt{\pi\chi(t-\tau)})^2} d\tau} \times e^{-\frac{x^2 + y^2}{4\chi(t-\tau)}} d\xi d\ell. \quad (7)$$

Для побудови поля швидкостей фільтрації доцільно скористатися рівнянням закону Дарсі в плоскій постановці задачі

$$w(x, y, t) = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial P(x, y, t)}{\partial y} \right) \quad (8)$$

На основі отриманих розв'язків у вигляді (7) і (8) складено алгоритм і розроблено програму моделювання процесу формування ареалу забруднень довкілля в результаті появи витоку продукції з промислового газопроводу

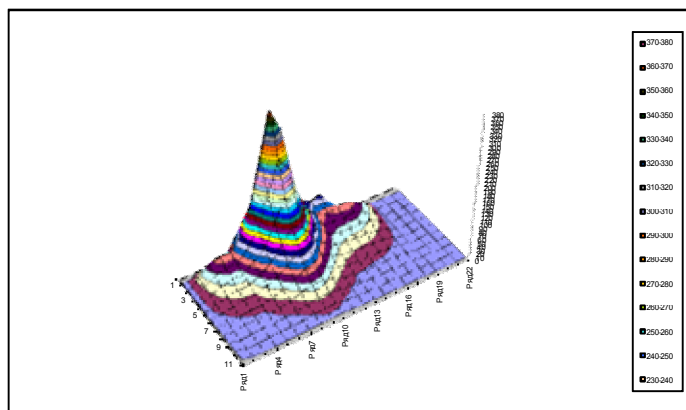


Рисунок 1 – Результати математичного моделювання поля швидкостей фільтрації при появі витoku нафтопроводу

На рис. 1 зображено результати математичного моделювання процесу формування ареалу забрудненнь при появі витoku продукції з промислового трубопроводу. В горизонтальній площині зображено лінії, що відповідають різним моментам часу процесу формування ареалу, вертикальна вісь відображає в масштабі величини швидкостей фільтрації в кожній точці площини і на кожен момент часу. Аналіз результатів показує, що найбільшої величини швидкість фільтрації досягає в точці розміщення джерела, однак з плином часу ця швидкість падає за рахунок збільшення обсягу ареалу забруднення.

Література

1. Говдяк Р. М. Удосконалення технологічного проектування нафтогазопроводів з врахуванням їх взаємодії з довкіллям. Дис. на здобуття наукового ступеня к.т.н. Івано-Франківськ – 2001.
2. Гладкий А. В. Методи числового моделювання екологічних процесів. / А. В. Гладкий, В. В. Скопечкий - Київ.: Політехніка НТУУ "КПІ", 2005. - 152 с.

Стаття надійшла до редакційної колегії
10.06.12

Рекомендована до друку оргкомітетом
міжнародної науково-технічної конференції
“Проблеми і перспективи транспортування нафти і газу”,
яка відбулася 15-18 травня 2012 р.